2ème année ST/GM/ FGMGP/USTHB
Date : 31 Mars 2021
Durée : 1H00

Nom : ....
Prénom : ....
Matricule : ....
Section et Groupe : ....

Corrige de l' **Epreuve Finale de Mécanique des fluides**

Exercice N°1 : (2 pts)

De quelle profondeur faut-il s'enfoncer dans l'océan pour voir la pression augmenter de 1 bar. On donne : $\rho = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$, $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

Si on applique la loi fondamentale de l'hydrostatique entre deux points 1-2 de hauteur $H=Z_1-Z_2$ et de différence de pression : $\Delta P = P_2 - P_1 = \rho\, g\, H$ 1

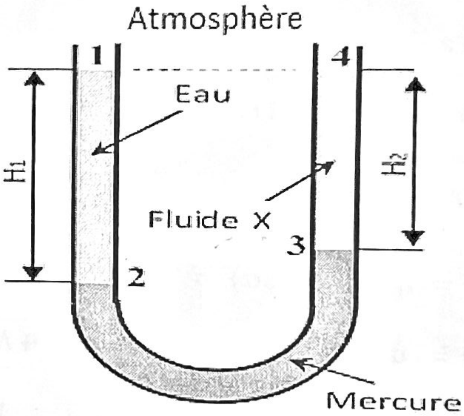
$$H = \frac{\Delta P}{\rho\, g} = 10\ m$$ 0,5 0,5

Exercice N°2 : (4 pts)

Un tube en U est rempli de trois fluides non miscibles ; l'eau, le mercure et un fluide inconnu x (voir figure). Calculer la pression relative P_3 à l'interface entre le mercure et le fluide inconnu. En déduire la masse volumique du fluide inconnu x.

A.N : $d_{mercure} = 13{,}6$ $\rho_{eau} = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$

$H_1 = 1\ m$, $H_2 = 0.97\ m$, $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$



- **Calcul de la pression relative P_{r3}** 0,5

Loi fondamentale entre (1) et (2) $P_2 = P_1 + \rho_e\, g\, H_1$ avec $P_1 = P_{atm}$ 0,25

Loi fondamentale entre (3) et (2) $P_2 = P_3 + d_M\ \rho_e\, g\,(H_1 - H_2)$ 0,75

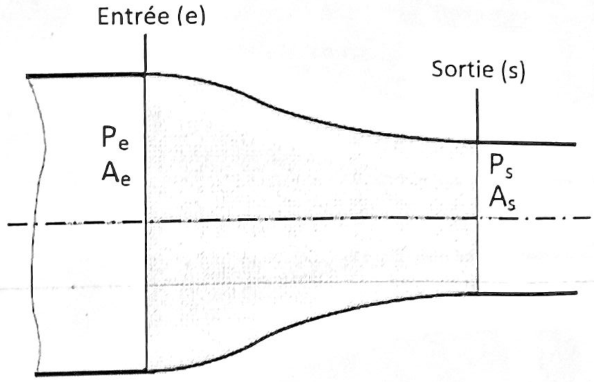
Egalité entre les deux équations : $P_{r3} = P_3 - P_{atm} = \rho_e\, g\left(H_1 - d_M\,(H_1 - H_2)\right) = 5920\ \mathrm{Pa}$ 0,25 0,75

- **Déduction de la masse volumique du liquide inconnu :**

Loi fondamentale entre (3) et (4) $P_{r3} = P_3 - P_4 = \rho_x\, g\, H_2$ 0,5 avec $P_4 = P_{atm}$ 0,25

$$\rho_x = \frac{P_3 - P_{atm}}{g\, H_2} = \frac{P_{r3}}{g\, H_2} = 610\ \frac{Kg}{m^3}$$ 0,25 0,5

Exercice N°3 : (4 pts)



On considère un écoulement d'eau à travers une conduite de section transversale variable (voir figure). A l'entrée de la conduite on a : $A_e = 20$ cm² et $P_e = 200$ KPa. A la sortie de la conduite on a : $A_s = 5$ cm² et $P_s = 100$ KPa. L'eau est supposé un fluide incompressible et parfait ρ=1000 kg/m³

Calculer la vitesse de sortie de l'écoulement ainsi que le débit volumique dans la conduite.

La loi de conservation de la masse : soit $r = A_s/A_e = 0.25$

$v_e A_e = v_s A_s$ (0,5) **d'où** $v_e = v_s A_s/A_e = v_s r$ (0,5)

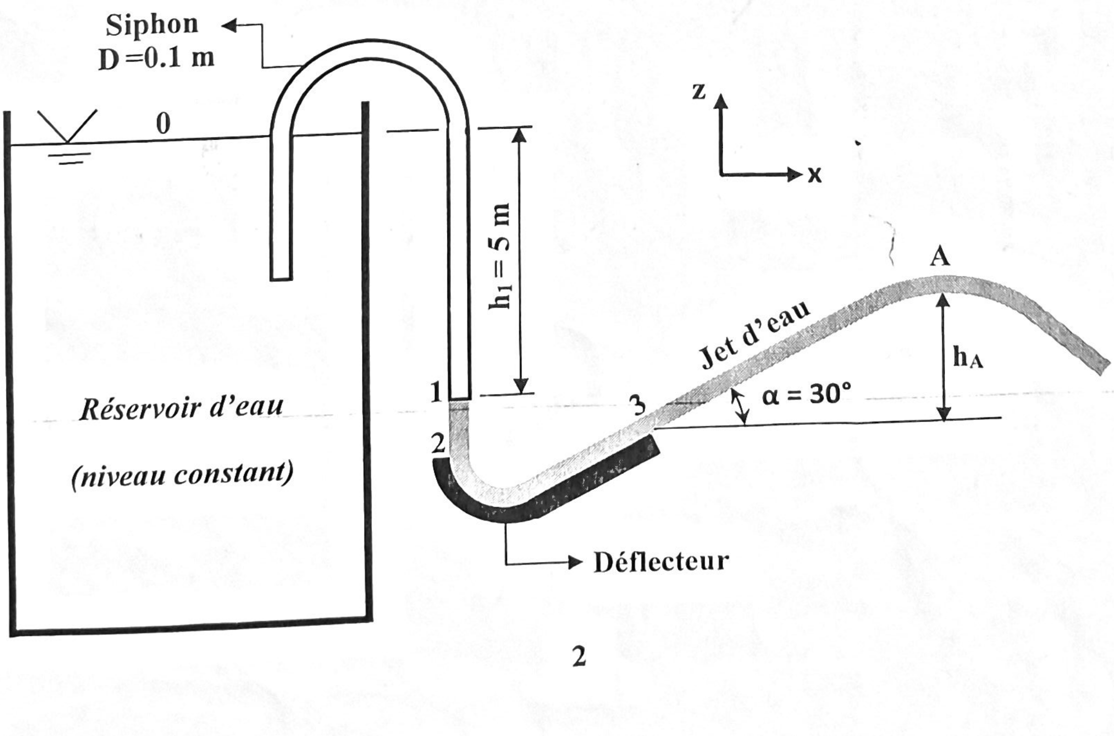
(0,25) $Z_e = Z_s$ **L'équation de Bernoulli entre (e)et (s)devient :** $\frac{v_s^2 - v_e^2}{2} = \frac{P_e - P_s}{\rho}$ (0,5)

remplaçant 1 dans 2 (1) $v_s = \sqrt{\frac{P_e - P_s}{\rho}\frac{2}{1 - r^2}} = 14.6 \text{ m/s}$ (0,25)

(0,5) $q_v = v_s A_s = 7.3 \times 10^{-3}$ m³/s $=$ 7.3 l/s (0,5)

Exercice N°4 : (10 pts)

Une fontaine à jet d'eau d'un parc d'attraction est alimentée par un grand réservoir d'eau relié à un siphon de diamètre D = 0.1 m (voir figure). A la sortie du siphon, le jet d'eau de la fontaine est projeté à l'air libre contre un déflecteur convexe qui le dévie vers le haut selon la trajectoire indiquée par l'angle α sur la figure. On suppose que l'eau est un fluide incompressible et parfait et que la variation de l'énergie potentielle du jet d'eau est négligeable dans la partie limitée entre les points (1) et (3). ($z_1=z_2=z_3$) g = 9.81 m/s²



1. Ecrire l'équation de Bernoulli entre les points (0) et (1), puis déterminer le débit massique de l'écoulement dans le siphon.

Bernoulli entre 1 – 0

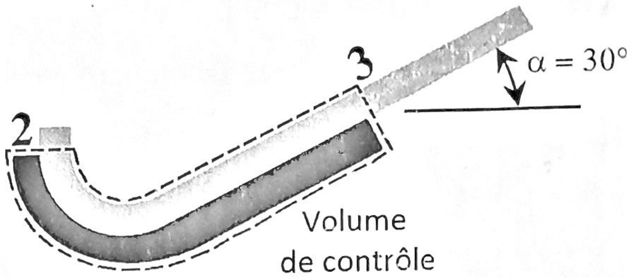
$$\cancel{\frac{P_1}{\rho}} + g\,Z_1 + \frac{v_1^2}{2} = \cancel{\frac{P_0}{\rho}} + g\,Z_0 + \cancel{\frac{v_0^2}{2}}$$ 0,25 **on a** $P_1 = P_0 = P_{atm}$ 0,25 **et** $v_0 = 0$ 0,25

$$\frac{v_1^2}{2} = g\,((Z_0 - Z_1)$$ 0,25 $\Rightarrow \quad v_1 = \sqrt{2\,g\,(Z_0 - Z_1)} = \sqrt{2\,g\,h_1}$ 0,25 $= \mathbf{9.9\ m/s}$ 0,25

0,25

$$q_m = \rho \quad v_1\ s_1 = \rho \quad v_1\ \frac{\pi D^2}{4} = 77.75\ \text{Kg/s}$$ 0,25

2. En appliquant le théorème d'Euler par rapport au volume de contrôle indiqué sur la figure ci-contre, calculer la force de fixation nécessaire pour maintenir le déflecteur en place (Négliger le poids de l'eau et du déflecteur).



0,25

On a $Z_1=Z_2=Z_3$ **et** $P_1 = P_2 = P_3 = P_{atm}$

Bernoulli entre (1) , (2) et (3) , **nous donne :** **v1 = v2 = v3 = 9.9 m/s** 0,25

0,25 0,25

Théoréme Euler VC: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = q_m\,(\overrightarrow{V_3} - \overrightarrow{V_2})$ $\overrightarrow{V_3}\,(v_3 \cos\alpha\,, v_3 \sin\alpha)$ *et* $\overrightarrow{V_2}\,(0, -v_2)$ 0,25

0,5

$$R_x = q_m\ (v_3 \cos\alpha) = 666\ N$$ 0,25

$$R_z = q_m\,(v_3 \sin\alpha + v_2) = 1154\ N$$ 0,25

0,5

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_z^2} = 1332{,}2\ N$$ 0,25

0,25

3. Calculer la hauteur h_A que peut atteindre le jet d'eau après sa déviation par le déflecteur (Prendre la vitesse nulle au point A).

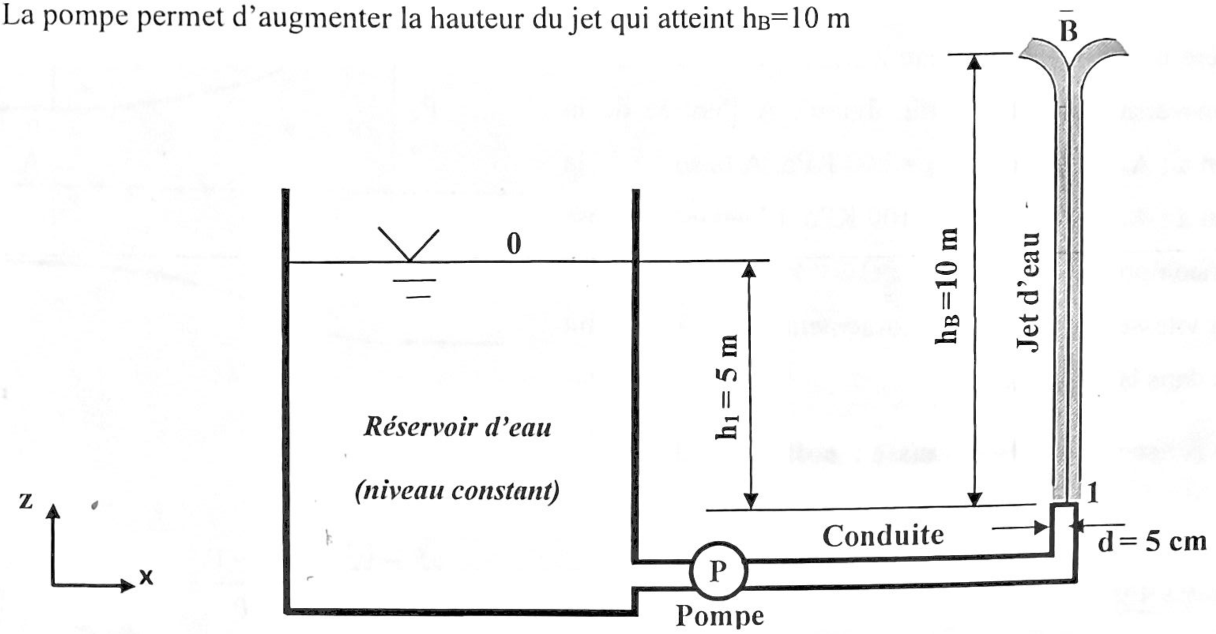
Bernoulli entre A – 3

0,25

$$\cancel{\frac{P_A}{\rho}} + g\,Z_A + \cancel{\frac{v_A^2}{2}} = \cancel{\frac{P_3}{\rho}} + g\,Z_3 + \frac{v_3^2}{2}$$ **on a** $P_A = P_3 = P_{atm}$ 0,25 **et** $v_A = 0$

$$v_3^2 = 2\,g\,(Z_A - Z_3) = 2\,g\,h_A$$ 0,25 $h_A = \frac{v_3^2}{2\,g} = 5\ \text{m}$ 0,25

4. Dans ce partie de l'exercice, on remplace le siphon par une pompe à eau de rendement η = 75% (voir figure). La pompe permet d'augmenter la hauteur du jet qui atteint h_B=10 m



4.a. En appliquant l'équation de Bernoulli entre les points (1) et (B), calculer la vitesse V_1 du jet d'eau.

Bernoulli entre B – 1

$$\cancel{\frac{P_B}{\rho}} + g Z_B + \cancel{\frac{v_B^2}{2}} = \cancel{\frac{P_1}{\rho}} + g Z_1 + \frac{v_1^2}{2}$$ 0,25

on a $P_B = P_1 = P_{atm}$ 0,25 et $v_B = 0$ 0,25

$$v_1 = \sqrt{2\, g\, (Z_B - Z_1)} = \sqrt{2\, g\, h_B} = 14\ m/s$$ 0,25 0,25

4.b. Calculer la puissance nette fournie par la pompe.

Bernoulli 1 – 0 : $$\frac{\cancel{P_1 - P_0}}{\rho} + g\,(Z_1 - Z_0) + \frac{v_1^2 - \cancel{v_0^2}}{2} = -\frac{P_{net}}{q_m}$$ 0,5

on a $P_0 = P_1 = P_{atm}$ 0,25 , $v_0 = 0$ 0,25 , $q_m = \rho\, v_1\, s = \rho\, v_1\, \frac{\pi\, d^2}{4} = 27.475\ Kg/m^3$ 0,25

$$P_{net} = -q_m \left(\frac{v_1^2}{2} + g\,(Z_1 - Z_0)\right) = -q_m \left(\frac{v_1^2}{2} - g\, h_1\right) = -1344.9\ \text{Watt}$$ 0,25 0,25

⊖ machine receptrice (Pompe)

4.c. Calculer la puissance électrique consommée par la pompe.

$$\eta_p = \frac{P_{net}}{P_{abs}} \Rightarrow P_{abs} = \frac{P_{net}}{\eta_p} = 1793.2\ \text{Watt}$$

0,25 0,25 0,25